

Estática II - Prof. Philippe

- Equações dos 3 momentos (Método das Forças)
- Estudo sistemático de uma viga entre dois apoios
- Método dos deslocamentos
- Redução de vigas contínuas
- Deslocamentos rotacionais
- Rigidez de uma viga inclinada
- Método dos deslocamentos aplicados a pórticos
- Método dos deslocamentos aplicados a grelhas
- Análise matricial
- Aplicações de sustiçõe
- Linhas de influência para estruturas hiperestáticas

Data das provas:

• P1 - 10/04

• P2 - 18/05

• P3 - 19/06

Definições

1) Deslocamentos / giro ampliado

w : deslocamento ampliado

$\bar{u}$: deslocamento real

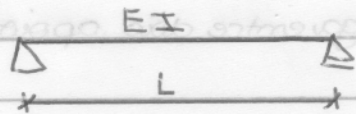
$w = E_c I_c \bar{u}$ em geral $E_c I_c = 10^5$, mas pode ser o EI de um tramo escolhido.

φ : giro ampliado $\varphi = E_c I_c \bar{Q}$

$\bar{Q}$: giro real

27/02/13

2) Reduções de uma viga bi-apoiada



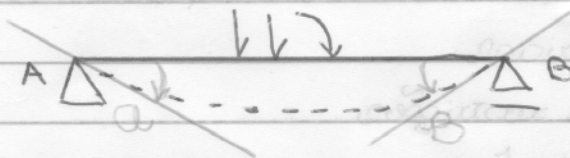
vão reduzido: $L' = L \cdot \frac{E_c I_c}{EI}$ (somente vigas prismáticas)

que a ação não varia

* Reações fictícias:

↓
depende de carregam.

E da geometria da viga

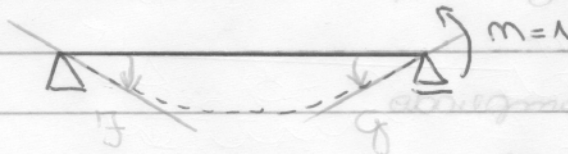
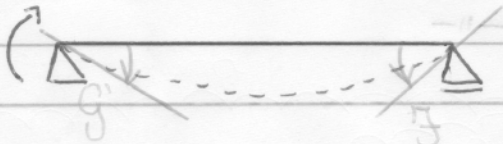


A: giro ampliado horário devido ao carregamento interno (nó A)

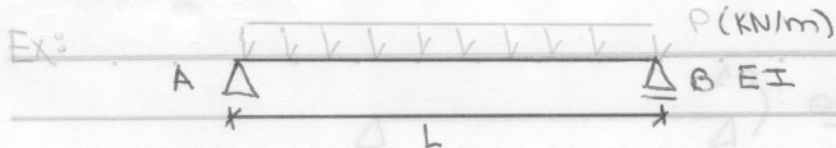
B: giro ampliado anti-horário no nó B devido ao carregamento

* Fatores de forma depende APENAS da geometria da viga

$m=1$



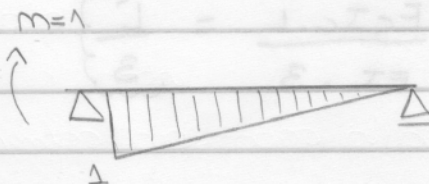
$\theta, \theta', \theta''$: fatores de forma



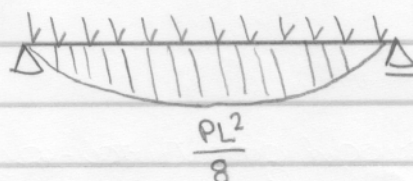
Calcular $\alpha, \beta, \gamma, g, g'$

• Cálculo de α

Estado de Convergência (1)



Estado de deformação (2)



$$\bar{\varphi}_A = \int_0^L \frac{m_1 \cdot m_2}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{3} L \cdot \frac{PL^2}{8}$$

$$\varphi_A = E_c I_c \cdot \bar{\varphi}_A = \frac{L \cdot E_c I_c \cdot PL^2}{EI \cdot 24} = L \cdot \frac{PL^2}{24}$$

$$\alpha = L \cdot \frac{PL^2}{24}$$

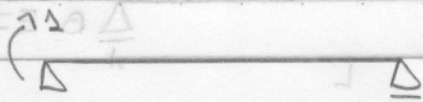
$$\beta = L \cdot \frac{PL^2}{24}$$

• Fatores de Formas

Estado de deformação:



Estado de carregamento



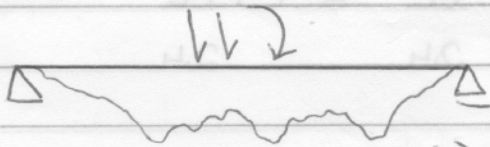
$$\bar{Q}_A = \int_0^L \frac{m_0 \cdot m_1}{EI} dx = \frac{L}{3EI}$$

$$Q_A = E_c I_c \bar{Q}_A = \frac{E_c I_c \cdot L}{EI \cdot 3} = \frac{L'}{3}$$

$$g' = \frac{L'}{3}$$

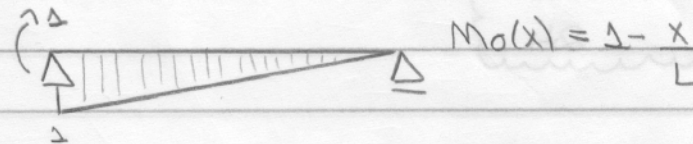
$$g = \frac{L}{3}$$

$$g' = \frac{L'}{6}$$

Expressões para α , β , γ , g , g' 
 $m(x) \rightarrow$ dilatação térmica

$$\text{deformação } \frac{d\delta}{dx} = \frac{m(x)}{EI(x)} + \alpha \cdot \frac{\Delta T}{L(x)}$$

Estado de carregamento:



$$\alpha = E_c I_c \int_0^L \left(1 - \frac{x}{L}\right) \left(\frac{m(x)}{EI(x)} + \alpha \cdot \frac{\Delta T}{L(x)} \right) dx$$

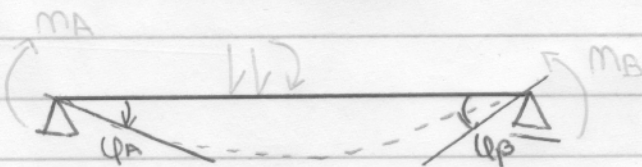
$$\beta = E_c I_c \int_0^L \frac{x}{L} \left(\frac{m(x)}{EI(x)} + \alpha \cdot \frac{\Delta T}{L(x)} \right) dx$$

$$g = E_c I_c \int_0^L \left(\frac{1-x}{L} \right)^2 \frac{1}{EI(x)} dx$$

$$g = E_c I_c \int_0^L \left(\frac{x}{L} \right)^2 \frac{1}{EI(x)} dx$$

$$g = E_c I_c \int_0^L \left(\frac{1-x}{L} \right) \frac{x}{L} \frac{1}{EI(x)} dx$$

Exemplos Fundamentais



Simplificado

para vigas prismáticas:

$$\psi_A = 0 + M_A \cdot g + m_B \cdot g$$

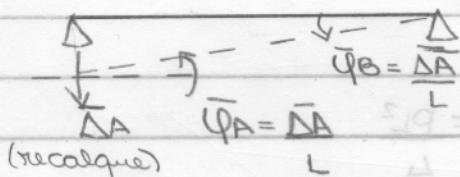
$$\psi_A = E \cdot g + M_A \cdot \frac{L}{3} + m_B \cdot \frac{L}{6}$$

$$\psi_B = 0 + M_A \cdot g + m_B \cdot g$$

$$\psi_B = 0 \cdot g + M_A \cdot \frac{L}{3} + m_B \cdot \frac{L}{3}$$

E.D (ver depois)

EX:



Recalque

$$\alpha = - \frac{\bar{\Delta A}}{L} \cdot E_c I_c = - \frac{\Delta A}{L}$$

L

porque α é giro horário e o $\bar{\psi}_A$ é anti-horário

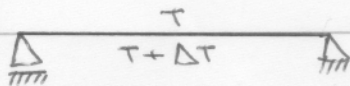
$$\beta = \frac{\bar{\Delta A}}{L} \cdot E_c I_c = \frac{\Delta A}{L}$$

27/02/13

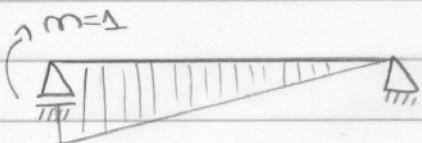
Viga prismática

Temperatura

α : coef. de dilatação térmica



$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{\alpha \cdot \Delta T}{R}$$



$$Q = E_c I_c \cdot \frac{\alpha \cdot \Delta T}{R} \cdot \frac{L}{2}$$

$$P = E_c I_c \cdot \frac{\alpha \cdot \Delta T}{R} \cdot \frac{L}{2}$$

* Fatores de Carga (vigas prismáticas)

$$\epsilon = \frac{Q}{P}$$

$$\delta = \frac{P}{P}$$

(tabelados p/ diversos carregamentos)

Para carga distribuída:

$$Q = L^3 \cdot \frac{p L^2}{24}$$

$$\epsilon = \frac{p L^2}{4}$$

$$\delta = \frac{p L^2}{4}$$

$$A\bar{A} = \frac{1}{2} I_c \cdot \frac{\alpha \cdot \Delta T}{R} \cdot \bar{A}\bar{A} = Q$$

$$A\bar{A} = \frac{1}{2} I_c \cdot \frac{\alpha \cdot \Delta T}{R} \cdot \bar{A}\bar{A} = Q$$