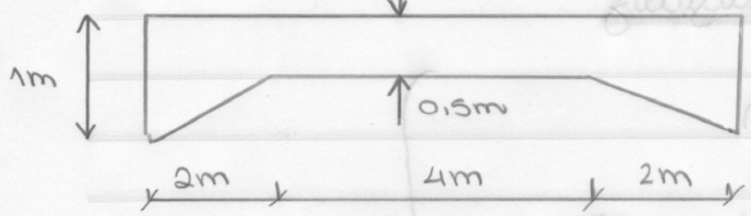
1

08 04 13

E4 - Lista)



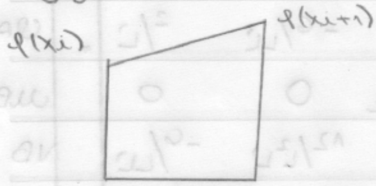
$b = 1m$

$$E_cI_c = \frac{E\,1}{12}$$

$$g' = E_cI_c \int_0^L \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \cdot \frac{1}{EI}\, dx \qquad EI(x) = E \cdot \frac{b \cdot h^3(x)}{12}$$

$$h(x) = \begin{cases} 1 - 0{,}25x & 0 \leq x \leq 2 \\ 0{,}5 & 2 \leq x \leq 6 \\ 0{,}25x - 1 & 6 \leq x \leq 8 \end{cases}$$

$$\int_0^L f(x)\, dx = \sum_{i=0}^{i=N} f\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}\right)(x_{i+1} - x_i)$$



$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) \cdot dx = \frac{f(x_{i+1}) + f(x_i)}{2} \cdot (x_{i+1} - x_i)$$

Dividir em intervalos de 1m e aproximar áreas

$$g = \frac{f(0)}{2} + f(1) + f(2) + \dots + f(7) + \frac{f(8)}{2}$$

... Resolvido no Mathematica

___ "

08/04/13

Propriedades da matriz de rigidez

$$\bullet\ HA = HAB + \frac{EA}{L\,E_cI_c}(u_A - u_B)$$

$$\bullet\ RA = RAB + \frac{12}{L^2 \cdot L'}(v_A - v_B) + \frac{6}{L \cdot L'}(\varphi_A + \varphi_B)$$

$$\bullet\ MA = MAB + \frac{6}{L\,L'}(v_A - v_B) + \frac{4}{L'}\cdot\varphi_A + \frac{2}{L'}\varphi_B$$

$$\bullet\ HB = HBA + \frac{EA}{L\,E_cI_c}(-u_A + u_B)$$

$$\bullet\ RB = RBA - \frac{12}{L^2 L'}(v_A - v_B) - \frac{6}{L\,L'}(\varphi_A + \varphi_B)$$

$$\bullet\ MB = MBA + \frac{6}{L\,L'}(v_A - v_B) + \frac{2}{L'}\varphi_A + \frac{4}{L'}\varphi_B$$

Expressões Fundamentais

$$\underbrace{\begin{bmatrix} HA \\ RA \\ MA \\ HB \\ RB \\ MB \end{bmatrix}}_{\text{vetor de forças } [F]} = \underbrace{\begin{bmatrix} HAB \\ RAB \\ MAB \\ HBA \\ RBA \\ MBA \end{bmatrix}}_{\text{forças de engastam. perfeito } [F]^{EP}} + \underbrace{\begin{bmatrix} EA/L\,E_cI_c & 0 & 0 & -EA/L\,E_cI_c & 0 & 0 \\ 0 & 12/L^2L' & 6/LL' & 0 & -12/L^2L' & 6/LL' \\ 0 & 6/LL' & 4/L' & 0 & -6/LL' & 2/L' \\ -EA/L\,E_cI_c & 0 & 0 & EA/L\,E_cI_c & 0 & 0 \\ 0 & -12/L^2L' & -6/LL' & 0 & 12/L^2L' & -6/LL' \\ 0 & 6/LL' & 2/L' & 0 & -6/LL' & 4/L' \end{bmatrix}}_{\text{MATRIZ DE RIGIDEZ } [K]} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} u_A \\ v_A \\ \varphi_A \\ u_B \\ v_B \\ \varphi_B \end{bmatrix}}_{\text{vetor de deslocam. } [u]}$$

$$\boxed{[F] = [F]^{ep} + [K][u]}$$

Significado de $[K][u]$ → forças necessárias p/ sustentar os deslocamentos

O vetor $[F]^{ep}$ representa um conjunto de forças que precisam

08/04/13

estar em equilíbrio com as forças externas.

$[K][u]$: as forças representadas por $[K][u]$ __precisam__ estar em equilíbrio

$$\therefore [F] = [K][u]$$

$F^*(1) + F^*(4) = 0$ ~ eq. horizontal

$F^*(2) + F^*(5) = 0$ ~ eq. vertical

$F^*(3) + F^*(6) + F^*(5).L = 0$ ~ $\Sigma m = 0$

$$F^*(1) + F^*(4) = 0 \Rightarrow F^*(1) = \sum_{j=1}^{j} K_{1,j} \cdot u_j \text{ e } F^*(4) = \sum_{j=1}^{6} K_{4,j} \cdot u_j$$

$$\therefore F^*(1) + F^*(4) = \sum_{j=1}^{6} \underbrace{(K_{1,j} + K_{4j})} \cdot u_j = 0 \quad \forall u_j$$

1ª PROPRIEDADE: $K_{1j} + K_{4j} = 0 \ \forall j \rightarrow$ 1ª Linha + 4ª Linha = 0

→ Se não for 0, matriz rigidez __inválida__

- O mesmo princípio se aplica p/ o equilíbrio vertical:

  {2ª linha + 5ª linha = 0}

- E para momentos:

  3ª linha + 6ª linha + 5ª linha . L = 0

08/04/13

2^a PROPRIEDADE para um deslocamento de corpo rígido

$$[K][u]=[0]$$

$$\begin{bmatrix} t \\ 0 \\ 0 \\ t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow [K]\begin{bmatrix} t \\ 0 \\ 0 \\ t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [0]$$

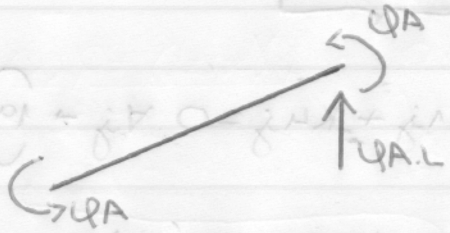
HORIZONTAL

(translação horizontal da viga)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ t \\ 0 \\ 0 \\ t \\ 0 \end{bmatrix}$$

VERTICAL (deslocamento vertical)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varphi A \\ 0 \\ \varphi A.L \\ \varphi A \end{bmatrix}$$



(giro φA em torno do ponto A)

$$[u]^T = [t \ \ 0 \ 0 \ \ t \ \ 0 \ 0]$$

$$[K][u]_i = \sum K_{ij} \, u_j = (K_{i4} + K_{i1}) . t = 0$$

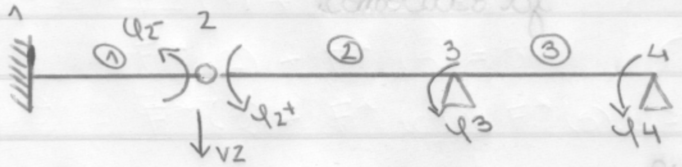
08/04/13

$\therefore K_{i1} + K_{i4} = 0 \quad \forall i$

{1ª coluna + 4ª coluna = 0}

De forma análoga: {2ª coluna + 5ª coluna = 0; 3ª coluna + 6ª coluna ± 5ª coluna . L = 0}

10/04/13



Método dos deslocamentos

GDL	Eq. de Equilíbrio
V_2	$R_B^{(1)} + R_A^{(2)} = 0$
φ_2^-	$M_B^{(1)} = 0$
φ_2^+	$M_A^{(2)} = 0$
φ_3	$M_B^{(2)} + M_A^{(3)} = 0$
φ_4	$M_B^{(3)} = 0$

diagrama vezes ele mesmo

Método das forças

$\delta_{10} + \delta_{11} \cdot M_1 = 0$

$\delta_{11} = G' + M_\alpha^2 (G_2 + G'_3)$

Eq. de 3 momentos não se aplica com rótula no meio